

問 1

次の問いに答えよ。

(1) $\frac{\log x}{x^2}$ を微分せよ。但し、 $x > 0$ とする。

(2) $y = \frac{(x-4)^4}{(x+1)^3}$ の導関数を求めよ。但し、 $x > 0$ とする。

(3) 不定積分 $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$ を求めよ。但し、 $x \neq 0$ とする。

(4) 定積分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+2} dx$ を求めよ。

問2

次の問いに答えよ。

(1) 行列 A が $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ であるとき、行列 A の逆行列を求めよ。

(2) 次の連立方程式が $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{0}$ ($x = y = z = 0$) 以外の解をもつように a の値を定める。

この時の a の値をすべて答えよ。

$$\begin{cases} 2x + y + z = ax \\ x + 2y + z = ay \\ x + y + 2z = az \end{cases}$$

(3) 行列 B が $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$ であるとき、固有値をすべて求めよ。

問 3

$y = y(x)$ とする。次の微分方程式を解け。

$$(1) \frac{dy}{dx} - x^2 y = 0$$

$$(2) \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - 3x - 4 = 0 \quad (\text{但し, } x > 0 \text{ とする})$$

$$(3) x^2 \frac{dy}{dx} - xy - y^2 = 0 \quad (\text{但し, } x > 0, \text{ かつ, } y > 0 \text{ とする})$$