問 1

次の問いに答えよ。

(1) $2x\cos^2\frac{x}{2}$ を微分せよ。

(2) $\frac{(x+2)^2}{\sqrt{2x+1}}$ の導関数を対数微分法を用いて求めよ。ただし，$x>0$ とする。

(3) 不定積分 $\int\frac{1}{a^2+x^2}dx$ を求めよ。ただし，$a\neq 0$ とする。

(4) $a=\frac{\pi}{2}$, $b=\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$のとき，定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}dx$を求めよ。

問 2

x 軸, y 軸, z 軸からなる直交座標系におけるベクトル $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ について，次の問いに答えよ。

(1) $\boldsymbol{A} = (1, 4, 2), \boldsymbol{B} = (2, 0, -1), \boldsymbol{C} = (0, -1, 4)$であるとき，$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C})$ の値を求めよ。

(2) $\boldsymbol{A} = (1, 4, 2), \boldsymbol{B} = (2, 0, -1), \boldsymbol{C} = (0, -1, 4)$であるとき，$(\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \times (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C})$ を求めよ。

(3) $\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z)$とし， x 軸, y 軸, z 軸の正の向きと $\boldsymbol{A}$ のなす角をそれぞれα, β, γとする。

このとき，$\boldsymbol{A}$ の方向余弦 $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ を A_x, A_y, A_z を用いて，それぞれ表せ。

ただし，$0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \beta \leq \pi, 0 \leq \gamma \leq \pi$ とする。

(4) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ となることを証明せよ。

問 3

$y=y(x)$ とする。次の微分方程式を解け。

(1) $\frac{dy}{dx}-\frac{x}{y(x^2+1)}=0$

(2) $(4x + 3y)\,dx + (3x + 2y)\,dy = 0$

(3) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} - 3 = 0$