

## 数 学 (問題解答用紙4枚中 その1)

得点	

1 正の整数  $n$  に対して  $M_n = 2^n - 1$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  を求めよ。

(2) 正の整数  $k, l$  に対して、 $n = kl$  のとき、 $M_n = (2^k - 1) \sum_{j=1}^l (2^k)^{j-1}$  が成り立つことを示せ。

(3) 次の命題が真であることを示せ。

$n$  は合成数である  $\Rightarrow M_n$  は合成数である

(4) (3) の命題の裏を述べよ。また、 $n = 11$  とすることにより、(3) の命題の裏が偽であることを示せ。

受験番号

## 数 学 (問題解答用紙4枚中 その2)

得点	

2 複素数平面上の3点  $A(\alpha)$ ,  $B(\beta)$ ,  $C(\gamma)$  があり,  $\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+i)$  が成り立つとする。  
このとき, 次の問いに答えよ。ただし,  $i$  は虚数単位である。

(1)  $\left| \frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} \right|$  を求めよ。

(2)  $\angle BAC$ ,  $\angle CBA$ ,  $\angle ACB$  を求めよ。

(3)  $\left( \frac{\beta-\alpha}{\gamma-\alpha} \right)^{2020}$  を求めよ。

受験番号

## 数 学 (問題解答用紙4枚中 その3)

得点	

- 3 関数  $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$  について、 $y = f(x)$  の増減、極値および変曲点を調べて、そのグラフの概形をかけ。  
ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  および  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  は証明なしに用いてよい。

受験番号

## 数 学 (問題解答用紙4枚中 その4)

得点	

4 長さ5の線分ABがある。端点Aが $y$ 軸上を、端点Bが $x$ 軸上を動くとき、線分ABを2:3に内分する点 $P(x, y)$ が描く曲線を $C$ とする。また、 $C$ 上の点 $Q(q_1, q_2)$  ( $q_2 > 0$ ) における傾きが $-2$ の接線を $l$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $C$ の方程式を求めよ。

(2)  $q_1, q_2$ の値をそれぞれ求めよ。

(3)  $C$ と $x$ 軸および $l$ で囲まれた部分を、 $x$ 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 $V$ の値を求めよ。