

(応用数学) [問1]

行列 A で表される 1 次変換 f について、次の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列 A の逆行列を求めよ。
- (2) 点 $P(x, y, z)$ が 1 次変換 f によって点 $Q(x', y', z')$ に移されるとする。
点 P が直線 $x = y + 1 = z + 2$ の上を動くとき、点 Q が移される線の式を求めよ。
- (3) 同様に、点 P が平面 $x + y + z = 1$ の上を動くとき、点 Q が移される面の式を求めよ。

- (4) 基本ベクトル $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ の f による像をそれぞれ \vec{a}_1 , \vec{a}_2 とする。

\vec{a}_1 , \vec{a}_2 を二辺とする平行四辺形の面積を求めよ。

- (5) さらに、基本ベクトル $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ の f による像を \vec{a}_3 とする。

\vec{a}_1 , \vec{a}_2 , \vec{a}_3 を三辺とする平行六面体の体積を求めよ。

(応用数学) [問2]

関数 $f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = e^{-x} \sin x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$) について, 次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の最大値と $g(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ によって囲まれた図形の面積を求めよ。

(応用数学) [問3]

1階線形微分方程式

$$xy' + y = e^{xy}$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 $y = y(x)$ とする。

- (1) $xy = u$ とおくことにより、 u に関する微分方程式に変換せよ。
- (2) (1) で求めた微分方程式を u について解け。
- (3) u をもとに戻し、はじめの微分方程式の一般解を求めよ。
- (4) 初期条件 $y(-1) = 0$ を満たす解を求めよ。