

問 1

次の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{x^2 + 3x + 5}$ を微分せよ。

(2) $x \tan x$ を微分せよ。

(3) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$ を求めよ。

(4) 不定積分 $\int \sin^3 x \cos^4 x \, dx$ を求めよ。

問2

以下の問いに答えよ。

(1) 行列 A が $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ で与えられるとき、行列 A の行列式 $|A|$ の値を求めよ。

(2) 行列 A が $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ で与えられるとき、行列 A の固有値をすべて求めよ。

(3) 行列 B が $B = \begin{pmatrix} 2-2t & -1 & 0 \\ -1 & 2-2t & -1 \\ 0 & -1 & 1-t \end{pmatrix}$ で与えられるとき、行列 B の行列式 $|B|$ の値を

求めよ。ただし、 t は実数とする。

(4) 行列 B が $B = \begin{pmatrix} 2-2t & -1 & 0 \\ -1 & 2-2t & -1 \\ 0 & -1 & 1-t \end{pmatrix}$ で与えられ、以下の式 $(*)$ が $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 以外の

解をもつとき、 t の値をすべて求めよ。ただし、 t は実数とする。

$$B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots (*)$$

問3

$y = y(x)$ とする。次の微分方程式を解け。

$$(1) \frac{dy}{dx} - \sqrt{1 - y^2} = 0$$

$$(2) \frac{dy}{dx} - y(y - 1) = 0$$

$$(3) \frac{dy}{dx} + 2y - 3x - 4 = 0$$