$\boxed{1}$ θ を実数とし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。x についての方程式

$$(\cos\theta)\,x^2 + \left(\sqrt{2}\sin\theta\right)x - \cos\theta + \frac{5}{4} = 0$$

がただ 1 つの実数解をもつような θ の値をすべて求めよ。また，それぞれの θ の値に対する実数解を求めよ。

$\boxed{2}$ 平面上の点Oを中心とする半径1の円に内接する△ABCがあり，$2\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ が成り立つとき，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(2) 辺BCの長さを求めよ。

(3) 直線OAと直線BCの交点をPとする。このとき，線分BPの長さを求めよ。

$\boxed{3}$　a を正の実数とする。O を原点とする座標平面上の曲線 $y = x^3 - x$ を C_1, C_1 を y 軸方向に $-4a^3$ だけ平行移動した曲線を C_2 とし, C_1 と C_2 の両方に接する直線を ℓ とする。C_1 と ℓ の接点を P, C_2 と ℓ の接点を Q, O における C_1 の接線を m とし, m と ℓ の交点を R とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) C_1 上の点 $(s,\ s^3 - s)$ における C_1 の接線の方程式を s を用いて表せ。また, C_2 上の点 $(t,\ t^3 - t - 4a^3)$ における C_2 の接線の方程式を t と a を用いて表せ。

(2) P, Q, R の座標をそれぞれ a を用いて表せ。

(3) C_1 と線分 PR および線分 OR で囲まれた部分の面積が $\dfrac{1}{27}$ となる a の値を求めよ。