

令和 7 年度入学者選抜学力検査問題（前期日程） 出題意図および解答例

教科：数学（工学部・情報工学部）

- 値や式を求める問題については問題の要求している答えのみを記したが，ここに示す表記に限るものではない。
- 証明問題については証明のポイントを記したが，異なる方針の証明もありえる。
- 解答方式は，受験生の数学の理解度，表現力，および論理的思考力がより適正に評価できる記述式とした。

1

おもに数学 A の「確率」および数学 B の「数学的帰納法」から出題した。与えられた事象を正確に把握し，和事象の確率の概念に基づく漸化式の立式および数列の知識を利用したこの漸化式の解の導出ができるかどうかを問うた。

$$(1) a_1, p_1, a_2 \text{ の順に, それぞれ } 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$$

$$(2) a_{n+1} = \frac{1}{3}p_n + \frac{1}{3}q_n + \frac{1}{3}r_n + \frac{1}{3}s_n$$

$$(3) a_{n+1} = -\frac{1}{3}a_n + \frac{1}{3}$$

$$(4) a_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

2

おもに数学Ⅰの「集合と命題」、数学Ⅱの「場合の数」、数学Ⅲの「式と計算」および数学Ⅳの「数学的帰納法」から出題した。証明すべき命題を正確に把握し、組合せの総数や二項定理を理解しているかどうか、さらには、これらの概念を利用して背理法や数学的帰納法による命題の証明ができるかどうかを問うた。

- (1) 「2つの正の整数 a , b および素数 c について、 a と b のどちらも c の倍数でないならば、 a と b の積 ab は c の倍数でない」ことを利用し、題意の命題がすべての正の整数 n について成り立つことを数学的帰納法により証明する。
- (2) p 個から r 個取る組合せの総数 ${}_pC_r$ の公式の両辺に $r!$ を掛けた等式 $r(r-1)(r-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1\cdot {}_pC_r = p(p-1)(p-2)\cdots(p-r+1)$ を考え、(1) にて成立することを示した命題を利用して、正の整数である ${}_pC_r$ が p の倍数でないと仮定し論証を進める背理法により題意の命題を証明する。
- (3) 二項定理の公式における各二項係数に (2) にて成立することを示した命題をそれぞれ適用し、題意の命題がすべての正の整数 n について成り立つことを数学的帰納法により証明する。

- 3 おもに数学Ⅲの「関数の極限」および「微分法とその応用」から出題した。計算や証明を通して、題意の関数の極限や導関数について基礎的な知識が身についているかどうかを確認するとともに、これらの情報を用いて題意の関数の極値や関数の値の変化を正確に把握することができるかどうかを問うた。

(1) $(x^3 - 6x^2 - 7x)e^x$

- (2) 与えられた関数 $f(x)$ が $1 - \frac{9}{x} + \frac{11}{x^2} - \frac{11}{x^3}$ と x^3e^x の積に等しいことを利用し、 $x \rightarrow -\infty$ のときのこれら 2 関数の極限をそれぞれ考えることにより証明する。

(3) $\left\{ \begin{array}{ll} a < -32e^7 \text{ のとき} & 0 \text{ 個} \\ a = -32e^7, a \geq 0 \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ -32e^7 < a < -\frac{32}{e}, -11 < a < 0 \text{ のとき} & 2 \text{ 個} \\ a = -\frac{32}{e}, -11 \text{ のとき} & 3 \text{ 個} \\ -\frac{32}{e} < a < -11 \text{ のとき} & 4 \text{ 個} \end{array} \right.$

- 4 おもに数学Ⅲの「積分法とその応用」から出題した。題意の関数で表される2つの曲線で囲まれた部分の面積を求めるために必要な、積分区間の決定および置換積分法や部分積分法を用いる定積分に関する計算力が身についているかどうかを問うた。

$$(1) e^{\frac{\pi}{2}} \leq x \leq e^{\frac{3}{2}\pi}$$

$$(2) \frac{1}{2} \left(e^{\frac{3}{2}\pi} + e^{\frac{\pi}{2}} \right) - 2$$