

(応用数学) [問 1]

1. 4点 $O(0,0,0)$, $A(5,-2,1)$, $B(1,-3,0)$, $C(1,4,8)$ に対し, 次の問いに答えよ。

(1) $|\overline{OA}|$, $|\overline{OB}|$, $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$, \overline{OA} と \overline{OB} のなす角を求めよ。

(2) $\overline{OA} \times \overline{OB}$ を求めよ。

(3) 三角形 ABC の面積を求めよ。

(4) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

2. 以下の行列について, 次の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

(1) $C = A \cdot B$ を求めよ。

(2) C の逆行列を求めよ。

(応用数学) [問 2]

重積分に関する次の問いに答えよ。

領域 $D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ における $f(x, y) = x + y$ の重積分 V_1 を, $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ と極座標に変換して求めよ。また, xy 座標系における領域 D_1 及び極座標系における領域 D_1' を示す図形を解答用紙の与えられた軸に描け。

(応用数学) [問 3]

連立微分方程式,

$$\begin{cases} \frac{dy_1(x)}{dx} = f(x) - y_1(x) & \dots \textcircled{1} \\ \frac{dy_2(x)}{dx} = y_1(x) - 3y_2(x) & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

について, 次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ のとき, $y_1(x)$ の一般解を求めよ。
- (2) $f(x) = x$ のとき, $y_1(x)$ の一般解を求めよ。
- (3) ②式を①式に代入して $y_1(x)$ を取り除き, $y_2(x)$ と $f(x)$ のみで構成される微分方程式を求めよ。
- (4) (3)で求めた微分方程式について, $f(x) = 0$ のとき, $y_2(x)$ の一般解を求めよ。
- (5) (3)で求めた微分方程式について, $f(x) = x$ のとき, $y_2(x)$ の一般解を求めよ。