

問 1

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ を微分せよ。但し、 e は自然対数の底とする。

(2) 関数 $y = \sqrt{\frac{(a+x)(b+x)}{(a-x)(b-x)}}$ を微分せよ。但し、 a と b は実数とする。

(3) 不定積分 $\int \frac{1}{x^3 - x} dx$ を求めよ。但し、 $x^3 - x \neq 0$ とする。

(4) x 軸、 y 軸からなる 2 次元直交座標系において、 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ($y \geq 0$) と x 軸で

囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

問2

次の問いに答えよ。

(1) 行列 A が $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 4 \\ 0 & -4 & -2 \\ -2 & 2 & -6 \end{pmatrix}$ であるとき、行列 A の固有値を全て求めよ。

(2) 原点 O で直交する2次元直交座標系において、原点 O を中心に反時計回りに角度 θ で回転する変換を表す行列 $R(\theta)$ を求めよ。

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$ であるとき、 a 、 b 、 c の値をそれぞれ求めよ。

問3

関数 $y = f(x)$ の1次の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を y' , 2次の導関数 $\frac{d^2y}{dx^2}$ を y'' とする。

以下の微分方程式を解いて一般解を求めよ。

(1) $y' = \frac{y-1}{x}$ 但し, $x \neq 0$ とする。

(2) $y'' - 17y' + 72y = 0$

(3) $(\cos x + \cos y)dx + (e^y - x \sin y)dy = 0$ 但し, e は自然対数の底とする。