

1 x, y, z を 0 ではない実数とする。条件 $2x + y + z = 0$, $\frac{2x}{2x^2 + x - 6} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) yz を x の式で表せ。

(2) x のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $x^2 + y^2 + z^2$ の最大値、最小値と、そのときの x の値を求めよ。

2

複素数平面上で点 z が $O(0)$ を中心とする半径 1 の円上を動くとき、 $w_1 = \frac{iz+1}{2z-i}$ で表される点 w_1 が描く図形を C とする。ただし、 i は虚数単位である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) z を w_1 で表せ。
- (2) C を複素数平面上に図示せよ。
- (3) 複素数平面上で、方程式 $w_2 + \bar{w}_2 = \frac{\sqrt{7}}{6}$ を満たす点 w_2 全体が表す図形と C は 2 つの共有点をもつ。これらの共有点のうち、虚部の値が小さい方の点を $A(\alpha)$ とし、もう一方の点を $B(\beta)$ とする。 $\angle OAB = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。ただし、 \bar{w}_2 は w_2 に共役な複素数である。

3

関数 $f(x) = e^x \sin x$ ($x > 0$) について、 $f(x)$ の極値を与える x の値を、小さいほうから順に $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f'(x)$ と $f''(x)$ を求めよ。
- (2) x_n と極値 $f(x_n)$ を自然数 n を用いてそれぞれ表せ。

4

a を正の実数とし、曲線 $y = e^{\frac{x-1}{2}}$ を C_1 、曲線 $y = a\sqrt{x}$ を C_2 とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 が接するときの a の値を求めよ。
- (2) a が (1) で求めた値のとき、 C_1 と C_2 および y 軸で囲まれた部分 D の面積 S を求めよ。
- (3) (2) で定めた D を、 y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。