

(応用数学) [問 1]

以下の行列について、次の問に答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1)  $C = AB$ のとき $C$ を求めよ。
- (2)  $C$ の行列式を求めよ。
- (3)  $C$ が正則行列であることを示し、 $C$ の逆行列を求めよ。
- (4)  $C$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (5) 行列 $A$ についてジョルダン標準形を求めよ。

(応用数学) [問 2]

関数  $f(x) = e^{2x} \cos 2x$  ( $0 \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ ) について、次の問に答えよ。

- (1) 不定積分  $\int e^{2x} \cos 2x \, dx$  を求めよ。
- (2)  $f(x)$  の最小値を求めよ。
- (3) 関数  $f(x)$  のグラフを解答用紙の与えられた軸に描きなさい。

(応用数学) [問 3]

$y$  についての 1 階微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + 2xy + y^2 + x^2 + 1 = 0$$

について次の問いに答えよ。ただし  $y = y(x)$  とする。

- (1)  $v(x) = y + x$  とした場合,  $\frac{dy}{dx}$  を  $v(x)$  と  $x$  で表せ。
- (2) 与えられた微分方程式を  $v(x)$  に関する微分方程式に変換せよ。
- (3) (2)で求めた微分方程式を  $v(x)$  について解け。ただし  $v(x) \neq 0$  とする。
- (4) 与えられた微分方程式の一般解を求めよ。