

(応用数学) [問 1]

1. 以下のベクトルについて、次の問に答えよ。

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と $\vec{a} \times \vec{b}$ を計算せよ。
- (2) \vec{a} と \vec{b} のなす角を求めよ。
- (3) \vec{a} と \vec{b} で構成される面に垂直な単位ベクトル \vec{n} を求めよ。

2. 以下の行列について、次の問に答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列 A と B の積 $C = AB$ を求めよ。
- (2) 行列 A の固有値を求めよ。
- (3) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求め、 $D = A^{-1}B$ を求めよ。

(応用数学) [問 2]

関数 $f(x) = \sin^{-1} x$ について、次の問に答えよ。

(1) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ であることを示せ。

(2) $f''(x)$, $f'''(x)$, $f^{(4)}(x)$ を求めよ。

(3) $f(x) \simeq x + \frac{x^3}{6}$ であることを、 $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ のマクローリン展開を利用して示せ。

(応用数学) [問 3]

y についての 1 階微分方程式

$$x(x+y)\frac{dy}{dx} = y^2$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{y}{x} = u$ とおくことにより、 u に関する微分方程式に変換せよ。ただし、 $u \neq 0$ とする。
- (2) y についての 1 階微分方程式の一般解を求めよ。