

(応用数学) [問1]

1. 次のベクトルについて、以下の問いに答えよ。

$$\vec{a} = (3, 1, -2), \quad \vec{b} = (1, 2, 1)$$

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ および $\vec{a} \times \vec{b}$ を計算せよ。
- (2) \vec{a} と \vec{b} を辺とする平行四辺形の面積を求めよ。
- (3) \vec{a} と \vec{b} を辺とする平行四辺形の面に垂直な単位ベクトル \vec{e} を求めよ。

2. 次の行列について、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列 A とその転置行列 A^T の積 $B = AA^T$ および $C = A^T A$ を求めよ。
- (2) 行列 B の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (3) 行列 B および行列 C が正則か調べ、正則であれば逆行列を求めよ。

(応用数学) [問2]

1. 次の式が成り立つことを示せ。ただし、 k は定数 ($k > 0$), $\log x$ は自然対数である。

$$\left(x\sqrt{x^2+k} + k \log|x + \sqrt{x^2+k}|\right)' = 2\sqrt{x^2+k}$$

2. 曲線 $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$) の長さ L は

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

で表される。曲線 $y = x(1-x)$ ($0 \leq x \leq 1$) の長さを求めよ。

(応用数学) [問3]

2階線形微分方程式 $y'' - 2y' - 3y = P(x)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $P(x) = 0$ のとき、一般解 y を求めよ。
- (2) $P(x) = \sin x$ のとき、定数変化法を用いて特殊解 y_0 を求めよ。
- (3) $P(x) = \sin x$ のとき、一般解 Y を求めよ。