

(応用数学) [問 1]

行列 A を

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{7}{10} \end{pmatrix}$$

とする。この行列 A の n 乗である A^n ($n = 1, 2, 3, \dots$) で表される線形変換を f_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) f_1, f_2 , それぞれの変換によって点 $Q(40, 20)$ が移される座標を求めよ。
- (2) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (3) 行列 A の固有ベクトルを列ベクトルとする行列を P とおくと, $P^{-1}AP$ は固有値を対角成分とした対角行列になる。このことを利用して, 行列 A^n を求めよ。
- (4) $n \rightarrow \infty$ のとき, f_n によって点 $Q(40, 20)$ が移される座標を求めよ。

(応用数学) [問 2]

関数 $f(x) = e^{-x} \cos x$ について、次の問いに答えよ。

(1) $\int_0^{\pi} f(x) dx$ を求めよ。

(2) $f(x)$ と 2 直線 $x = 0$, $x = n\pi$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積を求めよ。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$ である。

(応用数学) [問 3]

y についての 2 階微分方程式 $xy'' - 2y' + (2-x)y = 0$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) $y = e^x$ は与えられた微分方程式の解であることを示せ。
- (2) $y = u(x)e^x$ とおいて, $u(x)$ の満たす微分方程式を導け。
- (3) y についての 2 階微分方程式の一般解を求めよ。