

(応用数学) [問 1]

行列 A について, 次の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ 1 & k & -k \\ -k & -k & k \end{pmatrix}$$

- (1) 行列 A が逆行列を持つための k の条件を求めよ。
- (2) $k = 2$ のとき, 行列 A の逆行列を求めよ。
- (3) $k = 2$ の行列 A を用いて, 次の方程式の解を求めよ。

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ -2x - 2y + 2z = -2 \end{cases}$$

(応用数学) [問2]

関数 $f(x) = e^x \sin x$ について, 次の問いに答えよ。

(1) $\int f(x)dx$ を求めよ。

(2) $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ を求め, その結果から $f^{(n)}(x)$ (n は正整数) を推測せよ。
ただし, $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ を使ってよい。(数学的帰納法による証明は不要)

(3) $f(x)$ をテイラー展開せよ。

(応用数学) [問 3]

微分方程式 $y'' - 3y' + 2y = Q(x)$ について、次の問いに答えよ。ただし、 y は x の関数とする。

- (1) $Q(x) = 0$ の時、解の形を $e^{\lambda x}$ と仮定し、 λ について成り立つ方程式を求めよ。
- (2) λ を求め、基本解 (基本解の組) を書け。また $Q(x) = 0$ の時の一般解を求めよ。
- (3) $Q(x) = 4x$ の時の特殊解 $P(x)$ を、定数変化法により求めよ。
- (4) $Q(x) = 4x$ の時の一般解を書け。